Комбинированные задачи по механике

В.ПЛИС

Опыт вступительных экзаменов в ведущие физические вузы (МФТИ, МГУ, НГУ и др.) показывает, что задачи по механике, для решения которых следует привлекать не только законы сохранения или изменения физических величин, но и учитывать кинематические связи, выполнять переход из одной системы отсчета в другую, анализировать динамику системы тел наряду с динамикой того или иного тела в отдельности и т.д., вызывают затруднения у поступающих. Такие задачи иногда называют комбинированными. Зачастую они допускают несколько подходов к решению. Проиллюстрируем это на конкретных примерах достаточно сложных задач вступительных экзаменов по физике.

Задача 1. *Однородные шары радиусом R каждый находятся на гладкой горизонтальной спице (рис.1). К покоящемуся шару массой 6m прикреплена легкая пружина жесткостью k и длиной 6R. Шар массой m движется со скоростью v. Найдите максимальную деформацию ΔL_m пружины и время τ контакта шара массой m с пружиной.*

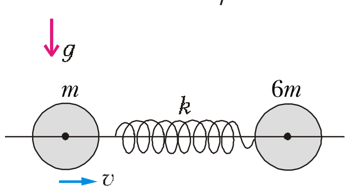

Рис. 1

Рассмотрим три способа решения этой задачи.

Первый способ

В лабораторной системе отсчета – ЛСО – уравнения движения шаров в проекции на горизонтальную ось x принимают вид (рис.2)

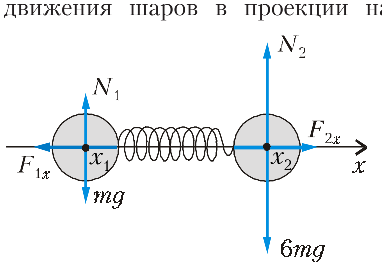

Рис. 2

$$ma_{1x} = F_{1x},$$

$$6ma_{2x} = F_{2x}.$$

Отсюда с учетом равенства $F_{1x} = -F_{2x}$ получим

$$a_{2x} - a_{1x} = F_{2x}\left(\frac{1}{6m} + \frac{1}{m}\right).$$

В момент времени t деформация пружины равна

$$L(0) - L(t) = 6R - (x_2 - x_1 - 2R) = -(x_2 - x_1) + 8R,$$

где L – длина пружины. Упругая сила связана с деформацией пружины законом Гука:

$$F_{2x} = k\left(-(x_2 - x_1) + 8R\right).$$

Тогда движение одного шара относительно другого описывается уравнением

$$(x_2 - x_1 - 8R)'' = a_{2x} - a_{1x} = -\frac{k}{M}(x_2 - x_1 - 8R),$$

где $M = \dfrac{m \cdot 6m}{m + 6m} = \dfrac{6}{7}m$ – так называемая приведенная масса системы шаров. Это уравнение описывает свободные гармонические колебания. Его общее решение имеет вид

$$x_2 - x_1 - 8R = A\cos\omega t + B\sin\omega t,$$

где $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}} = \sqrt{\dfrac{7k}{6m}}$, а постоянные A и B можно найти из начальных условий

$$x_2(0) - x_1(0) - 8R = 0 = A,$$

$$v_{2x}(0) - v_{1x}(0) = -v = B\omega.$$

Окончательно получим

$$x_2(t) - x_1(t) - 8R = -v\sqrt{\frac{6m}{7k}}\sin\omega t.$$

Отсюда находим максимальную деформацию пружины:

$$\Delta L_m = v\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Шар массой m будет находиться в контакте с пружиной в течение половины периода гармонических колебаний:

$$\tau = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Второй способ

В ЛСО кинетическая энергия системы материальных точек равна

$$E_k = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Если ввести систему центра масс – Ц-систему, – то с учетом правила сложения скоростей

$$\vec{v}_i = \vec{v}_ц + \vec{u}_i,$$

где $\vec{v}_ц$ – скорость центра масс в ЛСО, $\vec{u}_i$ – скорость i-й точки в Ц-системе, выражение для энергии можно преобразовать:

$$E_k = \frac{\left(\sum_i m_i\right)v_ц^2}{2} + \sum_i \frac{m_i u_i^2}{2} + \left(\vec{v}_ц \cdot \sum_i m_i \vec{u}_i\right).$$

Последнее слагаемое в этом выражении равно нулю, так как в Ц-системе скорость центра масс равна нулю:

$$\vec{u}_ц = \frac{\sum_i m_i \vec{u}_i}{\sum_i m_i} = 0.$$

Полученное равенство

$$E_k = \frac{\left(\sum_i m_i\right)v_ц^2}{2} + \sum_i \frac{m_i u_i^2}{2}$$

словами формулируется так (теорема Кенига): кинетическая энергия системы материальных точек равна сумме половины произведения массы системы на квадрат скорости ее центра масс и кинетической энергии относительного движения в Ц-системе.

Чтобы применить эту формулу для решения нашей задачи, найдем скорость центра масс системы шаров. Так как горизонтальные внешние силы на шары не действуют, импульс системы сохраняется:

$$mv = (m + 6m)v_ц,$$

поэтому скорость центра масс системы в ЛСО постоянна и равна $v_ц = v/7$. В момент начала деформации пружины кинетическая энергия относительного движения шаров в Ц-системе равна

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{7m}{2}\left(\frac{v}{7}\right)^2 = \frac{3mv^2}{7}.$$

В процессе деформации кинетическая энергия относительного движения убывает до нуля, а энергия деформации растет и достигает наибольшего значения в момент остановки шаров в Ц-системе. Центр масс системы движется при этом с постоянной скоростью. По закону сохранения энергии,

$$\frac{3mv^2}{7} = \frac{k\Delta L_m^2}{2},$$

откуда

$$\Delta L_m = v\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Для определения τ заметим, что деформация пружины изменяется по гармоническому закону, поэтому амплитуда скорости деформации и амплитуда относительного смещения связаны соотношением

$$v_m = v = \omega\Delta L_m.$$

Из двух последних равенств находим

$$\omega = \frac{v}{\Delta L_m} = \sqrt{\frac{7k}{6m}}.$$

Искомое время равно половине периода гармонических колебаний:

$$\tau = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Третий способ

В начальный момент времени скорости шаров в Ц-системе максимальны по величине и равны, соответственно, $u_{1m} = v - v/7 = 6v/7$ для налетающего в ЛСО шара и $u_{2m} = v/7$ для покоящегося шара. В Ц-системе (системе нулевого импульса) отношение скоростей 6 : 1 (обратное отношению масс) будет постоянным в процессе деформации пружины. Следовательно, неподвижная в Ц-системе точка пружины делит ее длину в том же отношении, т.е. 6 : 1. Жесткость пружины обратно пропорциональна ее длине. Отсюда находим жесткости двух пружин, разделенных неподвижной точкой:

$$k_1 = \frac{7}{6}k \text{ и } k_2 = 7k.$$

Тогда амплитуды смещений шаров будут равны

$$\Delta L_{1m} = \frac{u_{1m}}{\omega_1} = \frac{6v/7}{\sqrt{k_1/m}} = \frac{6}{7}v\sqrt{\frac{6m}{7k}}$$

и

$$\Delta L_{2m} = \frac{u_{2m}}{\omega_2} = \frac{v/7}{\sqrt{k_2/(6m)}} = \frac{1}{7}v\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Эти деформации достигаются одновременно, а максимальная деформация пружины равна их сумме:

$$\Delta L_m = \Delta L_{1m} + \Delta L_{2m} = v\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Время τ равно половине периода гармонических колебаний любого шара:

$$\tau = \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\sqrt{\frac{6m}{7k}}.$$

Задача 2. *С плоскости, образующей с горизонтом угол α, скатывается без проскальзывания однородная тонкостенная труба массой M. Найдите ускорение $a_ц$ центра масс трубы и силу трения $F_{тр}$, пренебрегая влиянием воздуха. При каком соотношении между коэффициентом трения скольжения μ и углом α качение будет происходить без проскальзывания? Ускорение свободного падения равно g.*

Введем обозначения: $\vec{v}_ц$ – скорость центра масс трубы, ω – угловая скорость вращения трубы в Ц-системе. Труба катится без проскальзывания, поэтому

$$v_ц = \omega R,$$

где R – радиус трубы. Кинетическая энергия трубы равна

$$E_k = \frac{Mv_ц^2}{2} + \sum_i \frac{m_i(\omega R)^2}{2} = Mv_ц^2.$$

По закону сохранения энергии приращение кинетической энергии трубы к моменту времени t от начала движения равно убыли потенциальной энергии:

$$Mv_ц^2 = Mgx\sin\alpha,$$

где x – перемещение центра масс трубы к указанному моменту времени. Дифференцируя это соотношение по времени и замечая, что $v_ц = dx/dt$ и $a_ц = dv_ц/dt$, получим искомое ускорение:

$$a_ц = \frac{1}{2}g\sin\alpha.$$

Из уравнения движения центра масс трубы (рис.3)

$$Ma_ц = Mg\sin\alpha - F_{тр}$$

найдем величину силы трения сцепления:

$$F_{тр} = \frac{1}{2}Mg\sin\alpha.$$

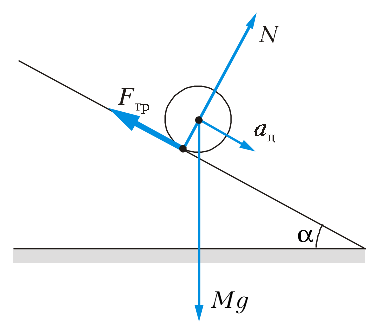

Рис. 3

Если считать, что при качении величина максимальной силы трения равна

$$F_{тр\,m} = \mu N = \mu Mg\cos\alpha,$$

то качение без проскальзывания будет происходить при условии

$$F_{тр} \le \mu Mg\cos\alpha,$$

т.е.

$$\operatorname{tg}\alpha \le 2\mu.$$

Так как на скатывающееся тело действует сила трения, может возникнуть вопрос, почему в рассматриваемой задаче можно применять закон сохранения механической энергии. Ответ заключается в том, что при отсутствии скольжения сила трения приложена к тем точкам тела, которые лежат на мгновенной оси вращения, т.е. к точкам, скорость которых равна нулю, а потому приложенная к ним сила трения сцепления работы не совершает. Роль силы трения сцепления сводится к тому, чтобы привести тело во вращение и обеспечить чистое качение (без проскальзывания).

Задача 3. *По клину массой M, находящемуся на гладкой горизонтальной плоскости, скользит шайба массой m.*

Гладкая наклонная плоскость клина составляет с горизонтом угол α. *Определите величину ускорения клина* a_1. *Под каким углом* β *к горизонту движется шайба? Найдите силу давления* F *шайбы на клин. Ускорение свободного падения равно* g.

Обсудим два способа решения этой задачи.

Первый способ

Внешние силы, действующие на систему клин – шайба, направлены только по вертикали (рис.4). Следовательно, импульс системы в горизонтальном направлении сохраняется:

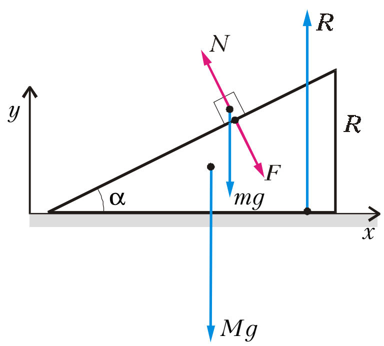

Рис. 4

$$Mv_{1x} + mv_{2x} = 0 .$$

Отсюда дифференцированием по времени получаем

$$Ma_{1x} + ma_{2x} = 0 .$$

Скорость шайбы $\vec{v}_2$ в ЛСО, скорость шайбы $\vec{u}$ относительно клина и скорость клина $\vec{v}_1$ в ЛСО связаны законом сложения скоростей (рис.5):

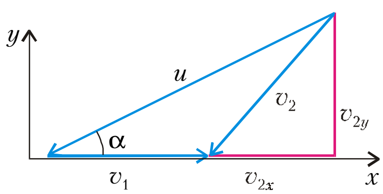

Рис. 5

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u} ,$$

так что

$$v_{2x} = v_{1x} - u\cos\alpha ,$$

$$v_{2y} = -u\sin\alpha .$$

Подставляя выражение для v_{2x} в выражение закона сохранения импульса, находим

$$u = v_{1x}\frac{m+M}{m\cos\alpha} .$$

С учетом этого соотношения получаем

$$v_{2y} = -v_{1x}\frac{m+M}{m}\operatorname{tg}\alpha ,$$

$$a_{2y} = -a_{1x}\frac{m+M}{m}\operatorname{tg}\alpha .$$

Далее обратимся к энергетическим соображениям. Поскольку силы трения отсутствуют, полная механическая энергия системы клин – шайба сохраняется:

$$\frac{Mv_{1x}^2}{2} + mgy + \frac{mv_{2x}^2}{2} + \frac{mv_{2y}^2}{2} = mgh ,$$

где буквой h обозначена y-координата шайбы при $t = 0$. Дифференцируя это равенство по времени, получаем

$$Mv_{1x}a_{1x} + mgv_{2y} + mv_{2x}a_{2x} + mv_{2y}a_{2y} = 0 .$$

Подстановка в это соотношение полученных выше выражений для $v_{2x}, v_{2y}, a_{2x}, a_{2y}$ приводит (после сокращения на v_{1x}) к ответу на вопрос об ускорении клина:

$$a_{1x} = \frac{1}{2}\frac{m\sin 2\alpha}{M + m\sin^2\alpha}g .$$

Для определения угла β заметим, что в ЛСО шайба движется равноускоренно с нулевой начальной скоростью, так что ее перемещение за любой промежуток времени сонаправлено с вектором ускорения $\vec{a}_2$, тогда

$$\beta = \operatorname{arctg}\left|\frac{a_{2y}}{a_{2x}}\right| = \operatorname{arctg}\left(\frac{m+M}{M}\operatorname{tg}\alpha\right).$$

Горизонтальная составляющая силы давления F шайбы на клин (см. рис.4) сообщает клину ускорение a_{1x}. По второму закону Ньютона,

$$Ma_{1x} = F\sin\alpha .$$

Отсюда находим силу давления:

$$F = \frac{Mm\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}g .$$

Второй способ

Для определения ускорения клина рассмотрим движение каждого из тел. Силы, приложенные к телам, указаны на рисунке 4. Запишем второй закон Ньютона для клина:

$$M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{F} + \vec{R}$$

и для шайбы:

$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N} .$$

Переходя к проекциям сил и ускорений на оси ЛСО с учетом равенства $\vec{F} = -\vec{N}$, получаем

$$Ma_{1x} = N\sin\alpha ,$$

$$ma_{2x} = -N\sin\alpha ,$$

$$ma_{2y} = mg - N\cos\alpha .$$

Скорость $\vec{v}_2$ шайбы в ЛСО, скорость $\vec{u}$ шайбы относительно клина и скорость $\vec{v}_1$ клина в ЛСО связаны законом сложения скоростей:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u} .$$

Дифференцируя это равенство по времени, находим связь соответствующих ускорений:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_1 + \vec{w} .$$

Из треугольника ускорений (см. треугольник скоростей на рисунке 5) следует

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_{2y}}{a_{2x} - a_{1x}} .$$

Подставляя в последнее равенство выражения для проекций ускорения шайбы a_{2x} и a_{2y}, после несложных преобразований получаем

$$a_{1x} = \frac{1}{2}\frac{m\sin 2\alpha}{M + m\sin^2\alpha}g .$$

Задача 4. *На гладкой горизонтальной плоскости лежит клин с углом при вершине* α. *На гладкой наклонной плоскости клина лежит брусок, связанный с клином пружиной жесткостью* k *(рис.6). Масса клина* M, *масса бруска* m. *Найдите период* T *малых колебаний системы.*

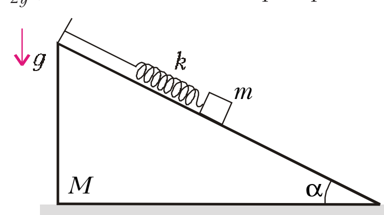

Рис. 6

Предлагаем два способа решения задачи.

Первый способ

Внешние силы, действующие на систему клин – брусок, направлены только по вертикали (рис.7). Следовательно, импульс системы в горизонтальном направлении сохраняется:

$$Mv_1 + mv_{2x} = 0.$$

Интегрируя это равенство по времени, получаем

$$Mx_1 + mx_2 = 0.$$

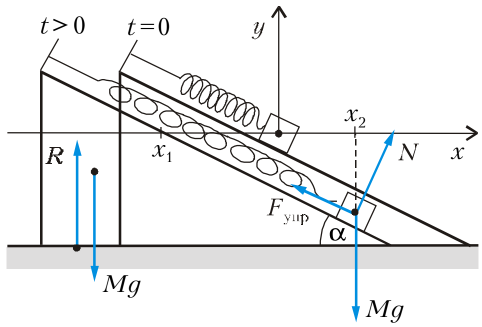

Рис. 7

Начало отсчета ЛСО соответствует такому положению бруска, при котором пружина недеформирована. Из геометрии перемещений (рис.7) с учетом последнего соотношения находим удлинение пружины:

$$\Delta L = \frac{x_2 - x_1}{\cos\alpha} = \frac{x_2}{\cos\alpha}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

и смещение бруска по вертикали:

$$y_2 = -x_2\left(1 + \frac{m}{M}\right)\operatorname{tg}\alpha$$

в зависимости от координаты x_2 бруска.

Квадратичная относительно смещения x_2 часть потенциальной энергии имеет вид

$$E_p = \frac{k\Delta L^2}{2} = \frac{k}{2\cos^2\alpha}\left(1 + \frac{m}{M}\right)^2 x_2^2$$

(линейные относительно x_2 и y_2 слагаемые сокращаются вблизи положения равновесия). Так как x_1 и y_2 линейны относительно x_2, кинетическая энергия системы клин – брусок будет квадратичной функцией горизонтальной проекции $v_{2x} = x_2'$ скорости шайбы:

$$E_k = \frac{Mv_{1x}^2}{2} + \frac{m}{2}\left(v_{2x}^2 + v_{2y}^2\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\left(1 + \frac{m}{M}\right)\left(1 + \left(1 + \frac{m}{M}\right)\operatorname{tg}^2\alpha\right)\left(x_2'\right)^2.$$

Если механическая система такова, что ее потенциальная и кинетическая энергии выражаются в зависимости от обобщенной координаты q формулами вида

$$E_p = \frac{\gamma}{2}q^2 \text{ и } E_k = \frac{\beta}{2}(q')^2,$$

то обобщенная координата совершает гармонические колебания с круговой частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma}{\beta}}.$$

Тогда в рассматриваемой задаче смещения тел от положения равновесия совершают гармонические колебания с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}\frac{\cos^2\alpha + (1 + m/M)\sin^2\alpha}{1 + m/M}}.$$

Второй способ

На брусок действуют три силы: упругости, тяжести и реакции опоры (см. рис.7). По второму закону Ньютона,

$$m\vec{a}_2 = \vec{F}_{\text{упр}} + m\vec{g} + \vec{N}.$$

Переходя к проекциям сил и ускорения на оси ЛСО, получаем

$$ma_{2x} = -k\Delta L\cos\alpha + N\sin\alpha,$$

$$ma_{2y} = k\Delta L\sin\alpha - mg + N\cos\alpha.$$

Подставляя в эти уравнения полученные выше кинематические соотношения

$$\Delta L = \frac{x_2 - x_1}{\cos\alpha} = \frac{x_2}{\cos\alpha}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

и

$$a_{2y} = -a_{2x}\left(1 + \frac{m}{M}\right)\operatorname{tg}\alpha,$$

приходим (после исключения N) к уравнению

$$m\left(\cos^2\alpha + \left(1 + \frac{m}{M}\right)\sin^2\alpha\right)a_{2x} = -k\left(1 + \frac{m}{M}\right)x_2 + mg\operatorname{tg}\alpha,$$

описывающему гармонические колебания смещения бруска относительно положения равновесия, которое определяется соотношением

$$k\Delta L_0 = mg\sin\alpha.$$

Введение новой переменной

$$X_2 = x_2 - \frac{\Delta L_0}{\cos\alpha}$$

приводит последнее уравнение к виду

$$X_2'' = -\omega^2 X_2,$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}\frac{1 + m/M}{\cos^2\alpha + (1 + m/M)\sin^2\alpha}}.$$

Это значение циклической частоты совпадает с полученным ранее.

Задача 5*. *Гантель, стоящая на гладкой горизонтальной поверхности, начинает падать вследствие малого отклонения вправо от вертикали. Определите силу F, с которой левый шарик гантели действует на опору за мгновение до удара об опору правого шарика. Масса каждого шарика m. Ускорение свободного падения равно g.*

На гантель действуют силы тяжести и реакции опоры. Центр масс гантели будет двигаться по вертикали (горизонтальные силы отсутствуют, начальная горизонтальная скорость равна нулю). Уравнение движения центра масс в ЛСО имеет вид

$$2m\frac{dv_y}{dt} = -2mg + N.$$

В Ц-системе гантель вращается (рис.8) с угловой скоростью

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Скорость нижней точки гантели направлена горизонтально. Следовательно, из правила сложения скоростей при любом угле α получаем

$$v_y = -\omega R\sin\alpha,$$

где R – половина расстояния между шариками. Продифференцируем это равенство по времени:

$$\frac{dv_y}{dt} = -\left(\frac{d\omega}{dt}R\sin\alpha + \omega^2 R\cos\alpha\right)$$

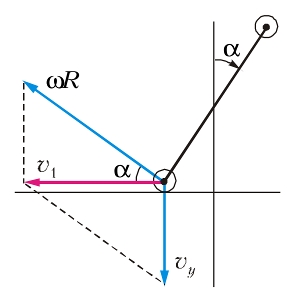

Рис. 8

При $\alpha = \pi/2$ получаем

$$\frac{dv_y}{dt} = -R\frac{d\omega}{dt} .$$

Кинетическая энергия гантели равна

$$\frac{2mv_y^2}{2} + 2\frac{m(\omega R)^2}{2} = m\omega^2 R^2 \sin^2\alpha + m\omega^2 R^2 .$$

Силы трения отсутствуют, поэтому полная механическая энергия сохраняется:

$$m\omega^2 R^2 \sin^2\alpha + m\omega^2 R^2 = 2mgR(1-\cos\alpha) ,$$

т.е. приращение кинетической энергии равно убыли потенциальной. Дифференцируя последнее равенство по времени и полагая $\alpha = \pi/2$, находим

$$R\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2}g .$$

Следовательно, в рассматриваемый момент времени вертикальная проекция ускорения центра масс гантели равна

$$\frac{dv_y}{dt} = -R\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{2}g .$$

Из уравнения движения центра масс по вертикали находим величину силы реакции опоры:

$$N = 2mg + 2m\frac{dv_y}{dt} = mg .$$

По третьему закону Ньютона,

$$F = N = mg .$$

Читатель, несомненно, испытает радость познания, если найдет решение этой задачи для произвольного угла α.

Задача 6. *Гамма-излучением (поглощением) называется электромагнитное излучение (поглощение) при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния (и наоборот). Ядро атома олова ^{119}Sn движется со скоростью $v = 63$ м/с и испускает в направлении движения γ-квант, который затем поглощается неподвижным свободным ядром олова. Найдите энергию γ-кванта E_γ. Энергия покоя ядра олова $E = m_я c^2 = 113$ ГэВ. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с. При испускании и поглощении γ-кванта происходит переход между одними и теми же энергетическими состояниями ядра.*

Фундаментальные законы сохранения позволяют решать задачи не только механики, но и физики микромира. Правда, для решения данной задачи нам понадобятся не только законы сохранения, но и элементарные (в рамках школьной программы) сведения по квантовой и ядерной физике.

Допустим, что при излучении γ-кванта возбужденное ядро олова переходит между состояниями, разность энергий которых равна ΔE. При излучении γ-кванта движущимся ядром олова сохраняются энергия:

$$\Delta E + \frac{p^2}{2m_я} = E_\gamma + \frac{p_1^2}{2m_я}$$

и импульс:

$$p = p_1 + \frac{E_\gamma}{c} ,$$

где p и p_1 – импульсы ядра до и после излучения γ-кванта. Отсюда получаем

$$\Delta E = E_\gamma - \frac{pE_\gamma}{m_я c} + \frac{E_\gamma^2}{2m_я c^2} .$$

При поглощении γ-кванта покоящимся ядром олова тоже сохраняются энергия:

$$E_\gamma = \Delta E + \frac{p_2^2}{2m_я}$$

и импульс:

$$\frac{E_\gamma}{c} = p_2 ,$$

где p_2 – импульс ядра после поглощения γ-кванта. Исключая p_2 из двух последних равенств, находим

$$E_\gamma = \Delta E + \frac{E_\gamma^2}{2m_я c^2} .$$

Подстановка в это соотношение явного выражения для ΔE приводит к ответу на вопрос задачи:

$$E_\gamma = \frac{v}{c}m_я c^2 = \frac{v}{c}E \approx 23{,}7 \text{ кэВ} .$$

Упражнения

1. На гладкой горизонтальной поверхности расположены две точечные массы m, соединенные упругой легкой пружиной жесткостью k (рис.9). На одну из масс налетает со скоростью v третья точечная масса $2m$. Сталкивающиеся массы слипаются. Совершив два полных малых колебания, система сталкивается со стенкой. Определите начальное расстояние s от пружины до стенки.

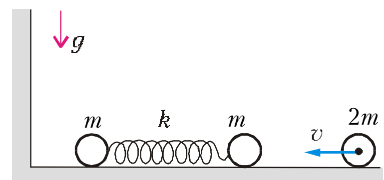

Рис. 9

2. На горизонтальной поверхности покоится клин массой M с углом наклона к горизонту α. Шайба массой m, движущаяся по горизонтальной поверхности со скоростью v_0, въезжает на клин. Через какое время τ шайба съедет с клина? Ускорение свободного падения равно g. Переход с плоскости на клин плавный.

3. Внутри цилиндра массой m подвешен на пружине жесткостью k груз такой же массы. Вначале цилиндр покоится. В некоторый момент времени его отпускают, и он свободно падает, причем ось цилиндра остается вертикальной. Какое расстояние s пройдет цилиндр за время, в течение которого груз совершит полтора колебания? Ускорение свободного падения равно g.

4. Гантель стоит в углу, образованном гладкими плоскостями. Нижний шарик гантели смещают горизонтально на очень маленькое расстояние, и гантель начинает двигаться. Найдите силу реакции N горизонтальной опоры в тот момент, когда верхний шарик оторвется от вертикальной плоскости. Масса каждого шарика гантели равна m. Ускорение свободного падения равно g.

5. Гамма-излучением называется электромагнитное излучение, возникающее при переходе атомных ядер из возбужденных в более низкие энергетические состояния. Свободное покоящееся ядро атома олова ^{119}Sn испускает γ-квант с энергией $E_\gamma = 22{,}5$ кэВ, который затем поглощается таким же ядром олова, движущимся навстречу γ-кванту. Найдите скорость v ядра олова, поглотившего γ-квант. Энергия покоя ядра олова $E = m_я c^2 = 113$ ГэВ. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с. При испускании и поглощении γ-кванта происходит переход между одними и теми же энергетическими состояниями ядра.